|  |  |
| --- | --- |
| IFSC - Instituto Federal de Santa Catarina - Brasil Escola | Instituto Federal de Santa Catarina  Campus Florianópolis  Departamento Acadêmico de Eletrônica  Engenharia Eletrônica  Sinais e Sistemas |

Aluno: Elvis Fernandes

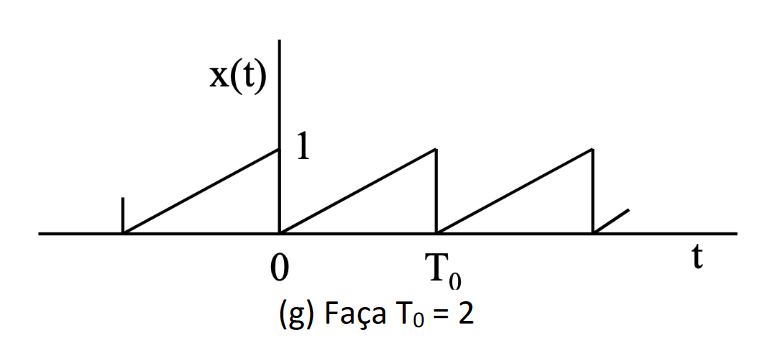
Professor: Robinson Pizzio

Data: 03/10/2020

Atividade Avaliativa #02

Série de Fourier

O seguinte relatório tem como objetivo criar um software em MATLAB para visualização da Série de Fourier e suas componentes dos sinais periódicos da figura (g)



**Função figura (g)**

**Período**

**Freqüência**

**Freqüência Fundamental**

**Coeficientes**

Usando a igualdade de Euler, podemos expressar e em termos de exponenciais e . Claramente, somos capazes de expressar a série trigonométrica de Fourier representada por:

|  |
| --- |
|  |

em termos de exponenciais na forma com o índice k assumindo todos os valores inteiros de a , incluindo zero. A determinação da série exponencial de Fourier a partir dos resultados já obtidos da série trigonométrica de Fourier é direta, envolvendo a conversão de senoides em exponenciais.

A série exponencial de Fourier para um sinal periódico x(t) pode ser escrita por

na qual

|  |
| --- |
|  |

A série é bem compacta, bem como a expressão matemática para a obtenção dos coeficientes da série também é compacta. É muito mais conveniente trabalhar com série exponencial do que com a trigonométrica.

Para a função (e) temos que:

|  |
| --- |
|  |

**Integral no software WolframAlpha**

|  |
| --- |
| **(e^(i\*k\*w\*t))\*1/2(integral e^(-i\*k\*w\*t)\*tdt from t =0 to 2)** |

**Coeficientes no software WolframAlpha**

|  |
| --- |
| [https://www.wolframalpha.com/input/?i=%28e%5E%28i\*k\*w\*t%29%29\*1%2F2%28integral+e%5E%28-i\*k\*w\*t%29\*tdt+from+t+%3D0+to+2%29](https://www.wolframalpha.com/input/?i=%28e%5E%28i*k*w*t%29%29*1%2F2%28integral+e%5E%28-i*k*w*t%29*tdt+from+t+%3D0+to+2%29)  <https://www.youtube.com/watch?v=EKoo0gWHFiY> |

**Expressão Geral para o cálculo dos coeficientes da série Exponencial de Fourier**

|  |
| --- |
|  |

**Espectro de Fourier**

|  |
| --- |
| T\_0 = 2;  N\_0 = 256;  T = T\_0/N\_0;    t = (0:T:T\*(N\_0-1))';  M=20;    x = (t.\*(t>=0).\*(t<2)); %funçao rampa com t0 =2    figure(1)  D\_n = fft(x)/N\_0; n = [-N\_0/2:N\_0/2-1]'  clf; subplot (2,2,1); stem(n,abs(fftshift(D\_n)),'k');  axis ([-M M -.1 1.5]); xlabel ('n'); ylabel('|D\_n|');  subplot (2,2,2); stem(n,angle(fftshift(D\_n)),'k');  axis ([-M M -3 3]); xlabel ('n'); ylabel('\angle D\_n [rad]');      n = [0:M]; C\_n(1)= abs(D\_n(1)); C\_n(2:M+1) = 2\*abs(D\_n(2:M+1));  theta\_n(1) = angle (D\_n(1)); theta\_n(2:M+1) = angle(D\_n(2:M+1));  subplot (2,2,3); stem(n,C\_n,'k');  xlabel('n'); ylabel('C\_n');  subplot (2,2,4); stem(n,theta\_n,'k');  xlabel('n'); ylabel('\theta\_n[rad]');      Figura - Espectro de Fourier para o sinal (g) |

**Código calcular o somatório dos Coeficientes da Série de Fourier na forma exponencial no Matlab**

|  |
| --- |
| clc  clear    n=50;  M=6  intervalo = -M:0.01:M;    indice = 1;  T= 2;  w=2.0\*pi/T;    for t= intervalo  valor = 0.0;  for k = -n:n  if (k ~=0.0)  valor = valor +( ( (2\*i\*k\*w - exp(2\*i\*k\*w)+1) \* (exp(i\*k\*t\*w -2\*i\*w\*k)) ) / (2\*(k^2)\*w^2));  else  valor = valor +1;    end  end  res (indice) = (valor/T);  indice = indice +1;  end    teste=-M:0.001:M;    x1 =-((teste.\*(teste>=-2).\*(teste<0))/(-T));  x2 =((teste.\*(teste>=-2).\*(teste<0))/(-T));    x=x2  figure(1)  plot (intervalo, res,-teste,x); |

clc

clear

%CONSTANTES%

% 1)Definir parametros para plotar a onda dente de serra/rampa

%Define parameters to plot original sawtooth

tr = 2\*[-2 -1 -1 0 0 1 1 2 2],...

yr = [0 1 0 1 0 1 0 1 0],...

%O gráfico da série truncada é muito próximo da função x(t) quando N aumenta e espera-se que a série convirja exatamente para x(t) quando N??

%Para N grande, a série exibe um comportamento oscilatório eum sobre-sinal aproximadamente de 9% na proximidade da descontinuidade no pico mais próximo da oscila-ção.

%Independentemente do valor de N, o sobre-sinal permanece em aproximadamente 9%

%Josiah Willard Gibbs, um matemático físico eminen-te, inventor da análise vetorial, forneceu uma explicação matemática para esse comportamento (agora chama-do de fenômeno Gibbs).

%Podemos reconciliar a aparente aberração do comportamento da série de Fourier

%a freqüência de oscilação do sinal sintetizado é N f0, tal que a largura do pico com sobre-sinal de 9% é aproxi-madamente 1/2N f0.

%Quando aumentamos N, a freqüência de oscilação aumenta e a largura 1/2N f0do pico dimi-nui.

%Quando N??, a potência do erro ?0 porque o erro é constituído principalmente de picos, com larguras?0.

%Portanto, quando N??, a série de Fourier correspondente difere de x(t) por aproximadamente 9% ime-diatamente à esquerda e à direita do ponto de descontinuidade e,

%mesmo assim, a potência do erro ?0. A razãopara essa confusão é que, neste caso, a série de Fourier converge para a média.

%Quando isso acontece, tudo o queprometemos é que a energia do erro (em um período) ?0 quando N??.

%Portanto, a série pode diferir de x(t)em alguns pontos e mesmo assim ter a potência do sinal de erro igual a zero, como verificado anteriormente.

%No-te que a série, neste caso, também converge no ponto em todos os pontos exceto nos pontos de descontinuidade.

%É precisamente nas descontinuidades que a série difere de x(t) por 9%.

%Quando utilizamos apenas os primeiros N termos da série de Fourier para sintetizar um sinal,

%estamos ter-minando bruscamente a série, dando um peso unitário para as primeiras N harmônicas e peso zero para todasas harmônicas restantes após N.

%Esse truncamento abrupto da série causa o fenômeno Gibbs na síntese de funções descontínuas. A Seção 7.8 oferece uma discussão mais detalhada do fenômeno Gibbs, suas ramificaçõese sua solução

%O fenômeno Gibbs está presente apenas quando existe um salto de descontinuidade em x(t).

%Quando a função contínua x(t) é sintetizada usando apenas os primeiros N termos da série de Fourier, a função sintetizada aproxima-se de x(t) para todo t quando N??.

%Nenhum fenômeno Gibbs estará presente. Esse fato pode servisto na Fig. 6.9, a qual mostra um ciclo de um sinal periódico contínuo sintetizado com suas primeiras 19 harmônicas.

T= 2; %Período

n=9; %Número de harmônicas(n)

M=3; %Valor do limite de tempo

Fs = 0.001; %Frequencia de amostragem

intervalo = -M:Fs:M; %Definindo o intervalo de tempo

mult = 2; %Valor de ajuste de amplitude da função a ser amostrada

indice = 1; %Inicio do indice

w=2.0\*pi/T; %Freqüência Fundamental

for t= intervalo

valor = 0.0;

for k = -n:n

if (k ~=0.0)

valor = valor +( ( (2\*i\*k\*w - exp(2\*i\*k\*w)+1) \* (exp(i\*k\*t\*w -2\*i\*w\*k)) ) / (2\*(k^2)\*w^2)); %Série Exponencial de Fourier da função (g)

else

valor = valor +1;

end

end

res (indice) = (valor/mult);

indice = indice +1;

end

% Plot Truncated Fourier Series Approximation (n = 255)

%subplot(3,3,1); % plot approximation

figure(1);

plot (intervalo, res,'r');

hold;

% Define parameters to plot original sawtooth

plot(tr,yr,'k:');

hold;

xlabel('time (seconds)');

ylabel(['x(t) approximation']);

title(['Plot Truncated Fourier Series Approximation (n = {',num2str(n),'})']);

axis ([-M M -0.2 1.2]);

%Os gráficos mostram que o comportamento peculiar na síntese da função dente-de-serra é

%inerente ao comportamento da série de fourier, devido a convergência não

%uniforme nos pontos de descontinuidade.

%Quando o número de termos (n) é aumentado, o sobre-sinal permanece apenas

%na proximidade do salto de descontinuidade. Para a função (g),

%aumentando-se (n), diminui-se o sobre-sinal próximo a borda de subida, mas

%não próximo a borda de descida. O salo de descontinuidade que causa o

%efeito de Gibbs. Um sinal continuo, não importa, quão rápido seja sua

%subida, sempre pode ser representado pela série de Fourier em qualquer

%ponto, dentro de um pequeno erro, quando se aumenta (n). Isso não é o caso

%quando um verdadeiro salto de descontinuidade está presente.

subplot(3,3,2); % plot approximation

%figure(1);

plot (intervalo, res);

hold;

% Define parameters to plot original sawtooth

plot(tr,yr,':');

hold;

xlabel('time (seconds)');

ylabel(['x(t) approximation']);

n=10;

title(['N={',num2str(n),'}']);

axis ([-M M -0.2 1.2]);

n=30;

subplot(3,3,3); % plot approximation

%figure(1);

plot (intervalo, res);

hold;

% Define parameters to plot original sawtooth

plot(tr,yr,':');

hold;

xlabel('time (seconds)');

ylabel(['x(t) approximation']);

title(['N={',num2str(n),'}']);

axis ([-M M -0.2 1.2]);

n=50;

subplot(3,3,4); % plot approximation

%figure(1);

plot (intervalo, res);

hold;

% Define parameters to plot original sawtooth

plot(tr,yr,':');

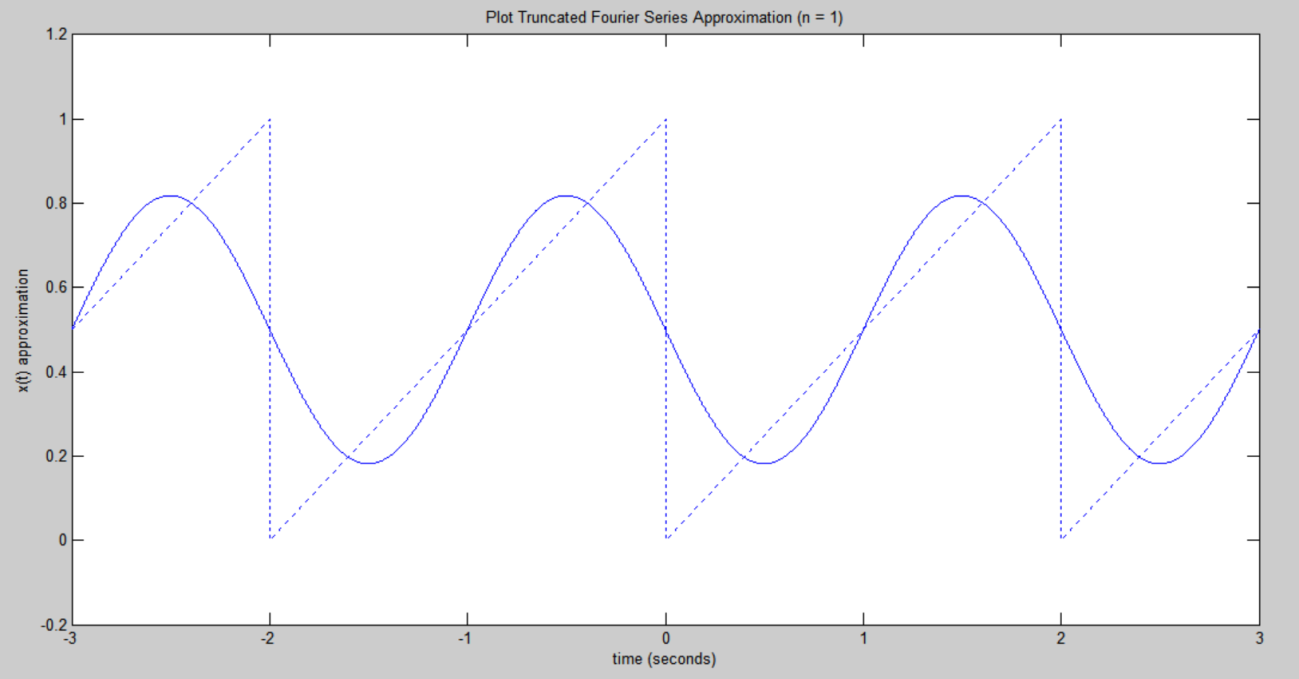
hold;

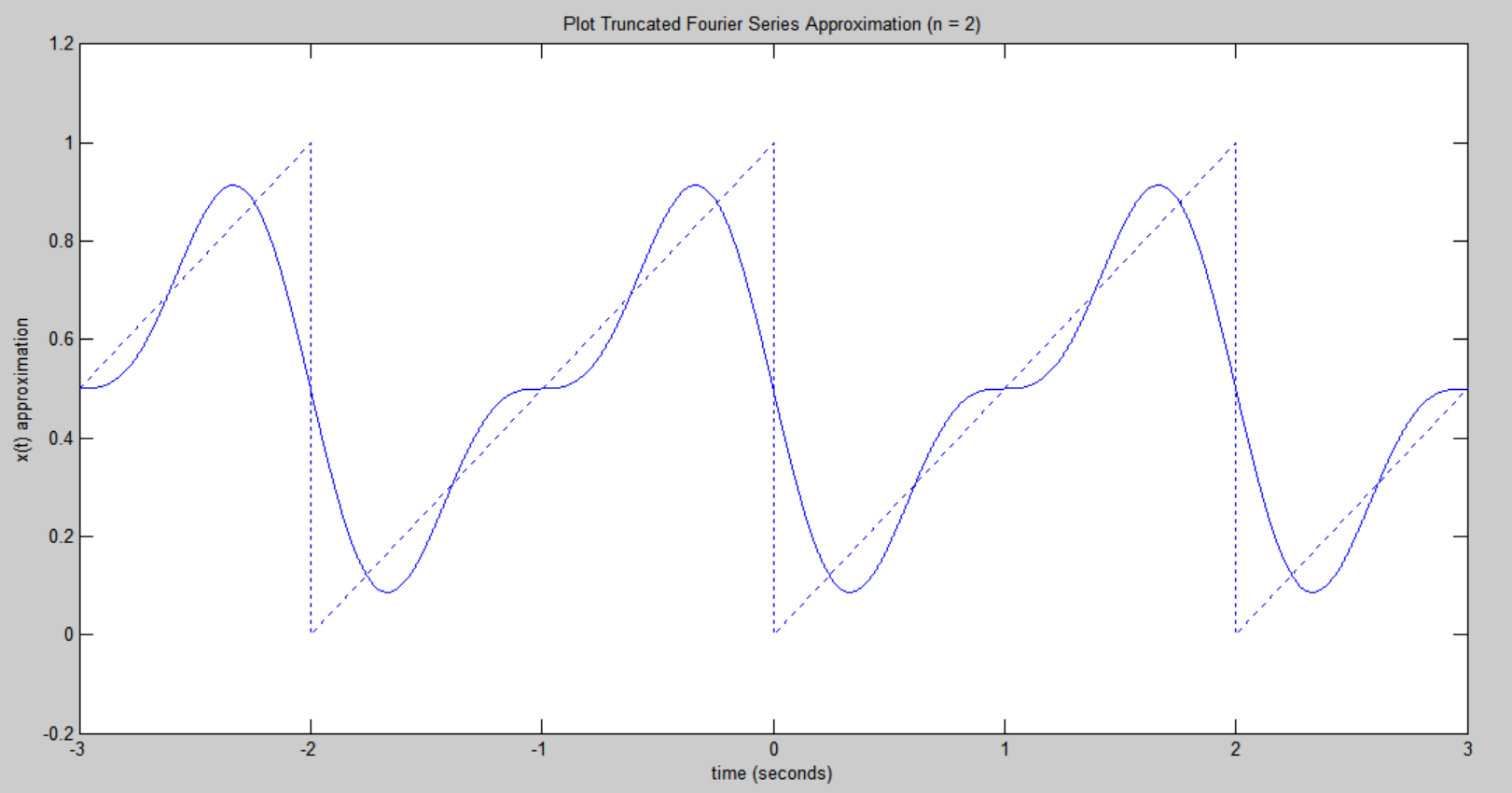
xlabel('time (seconds)');

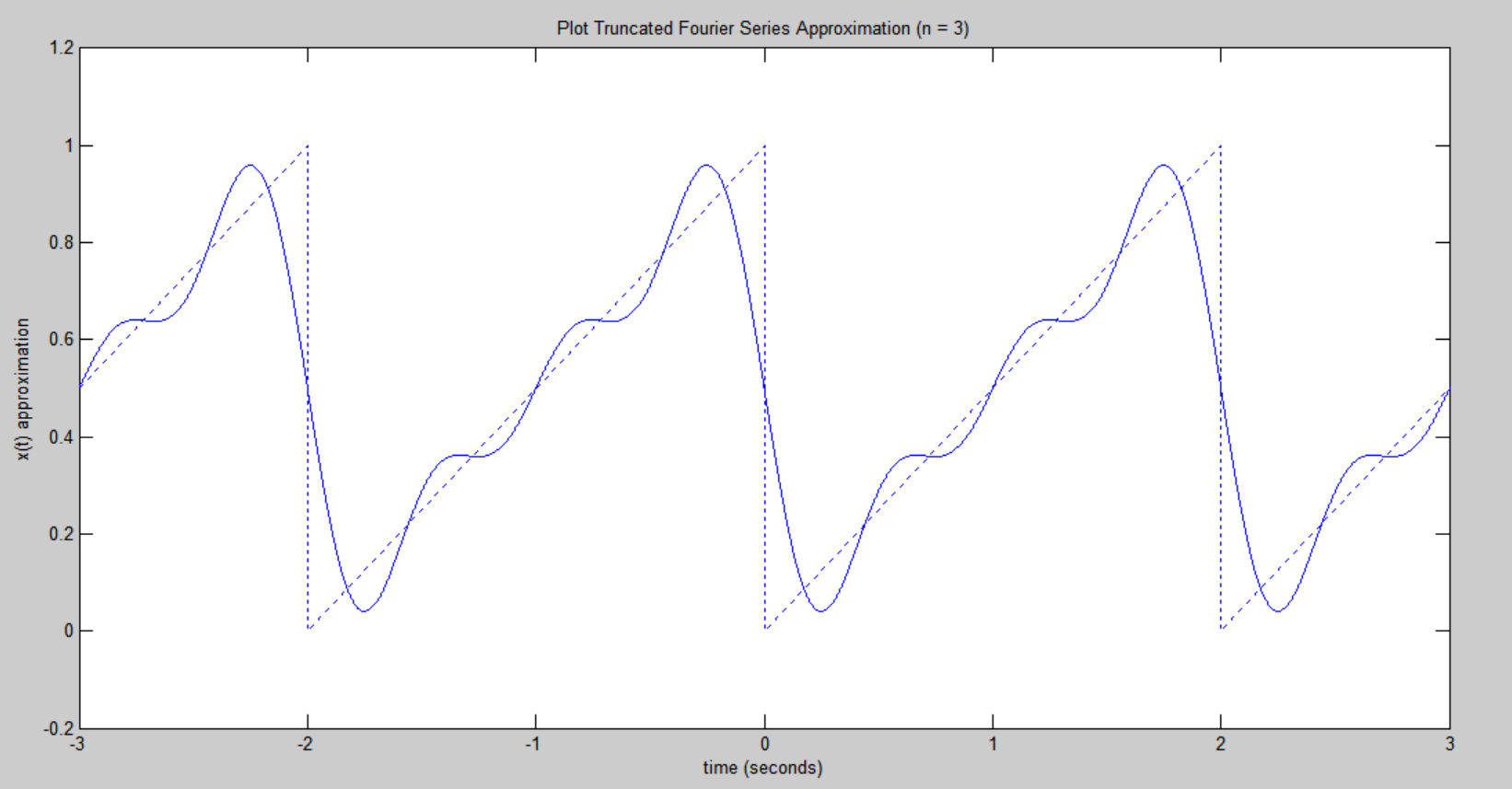
ylabel(['x(t) approximation']);

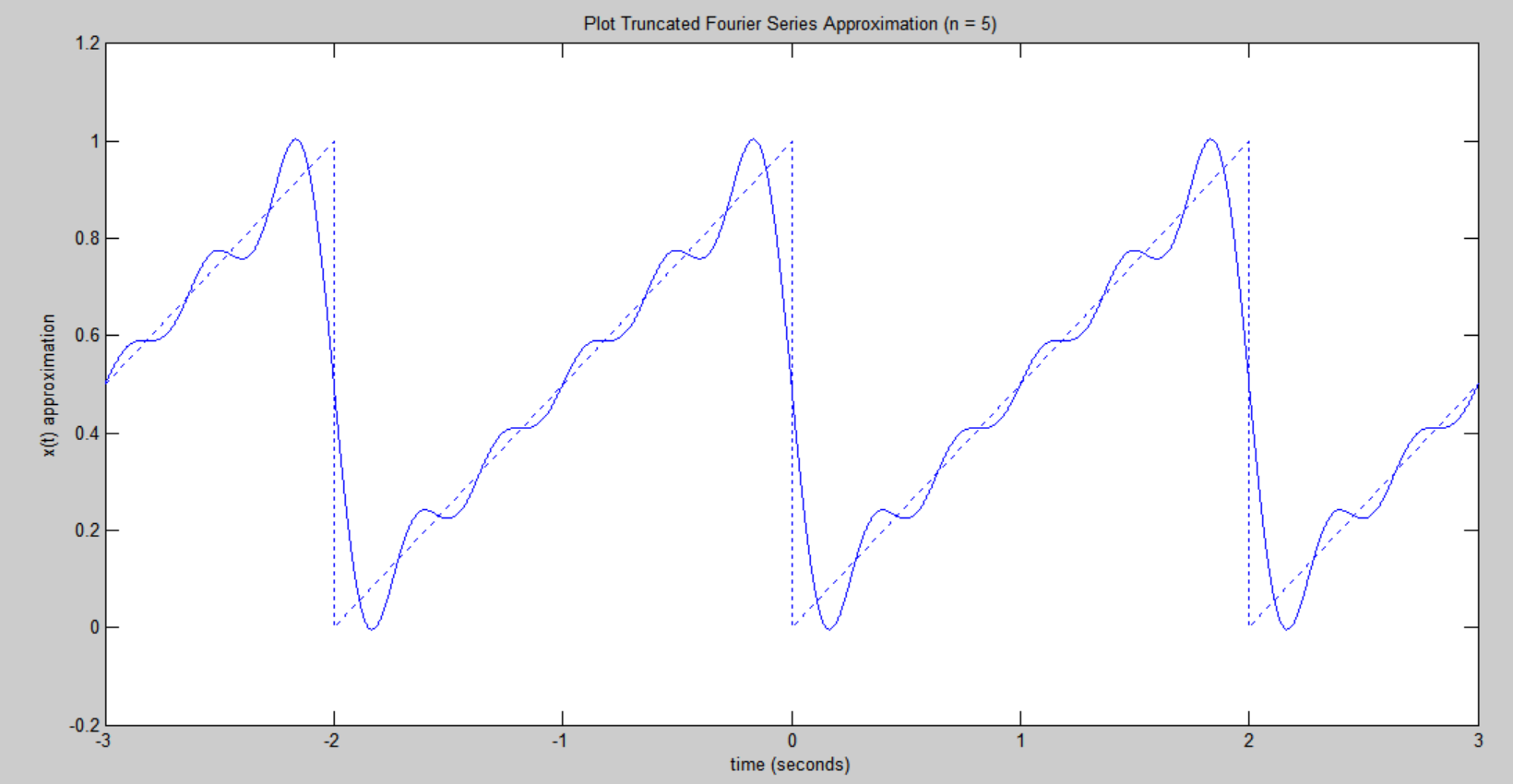
title(['N={',num2str(n),'}']);

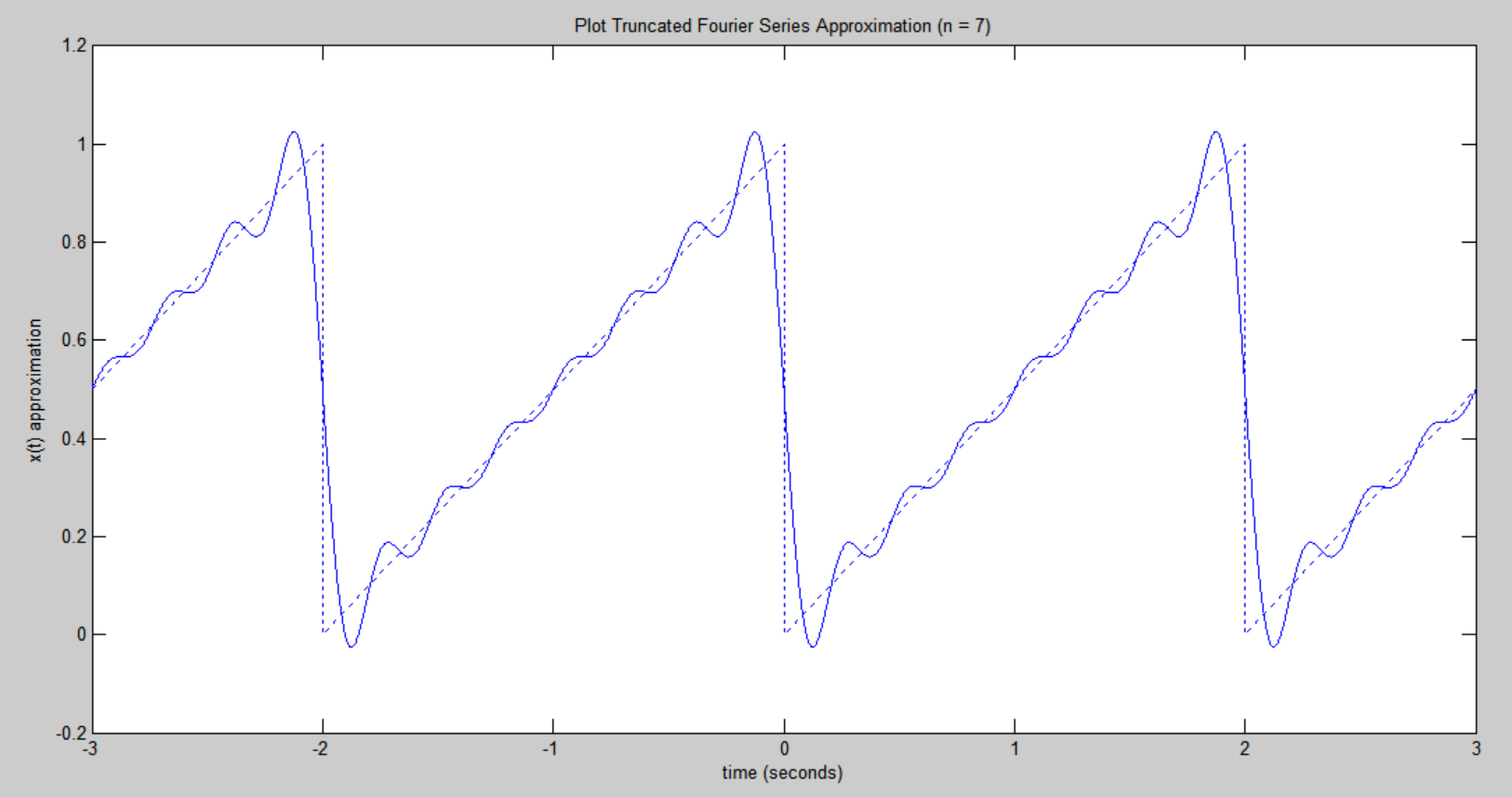
axis ([-M M -0.2 1.2]);

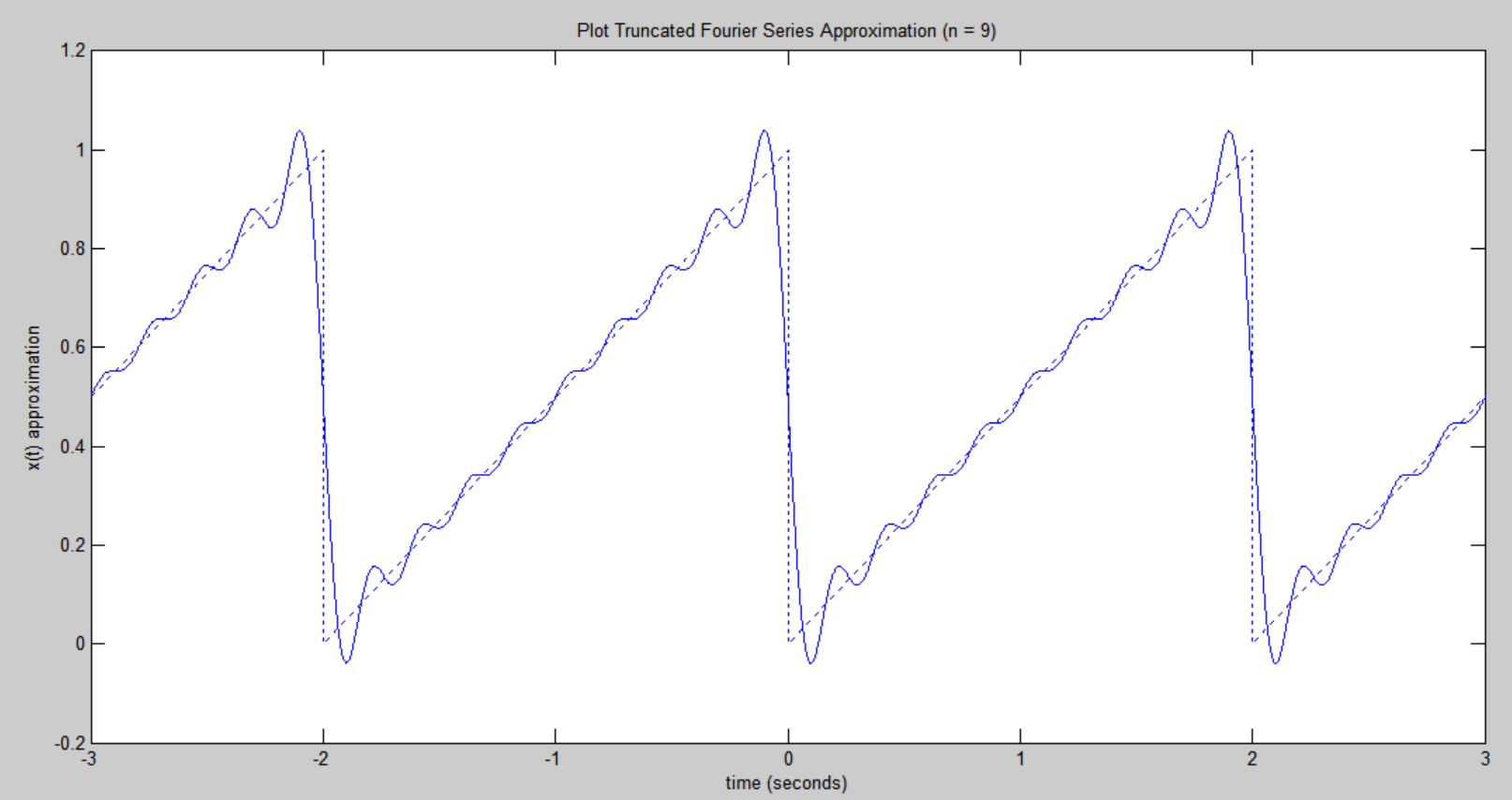
****

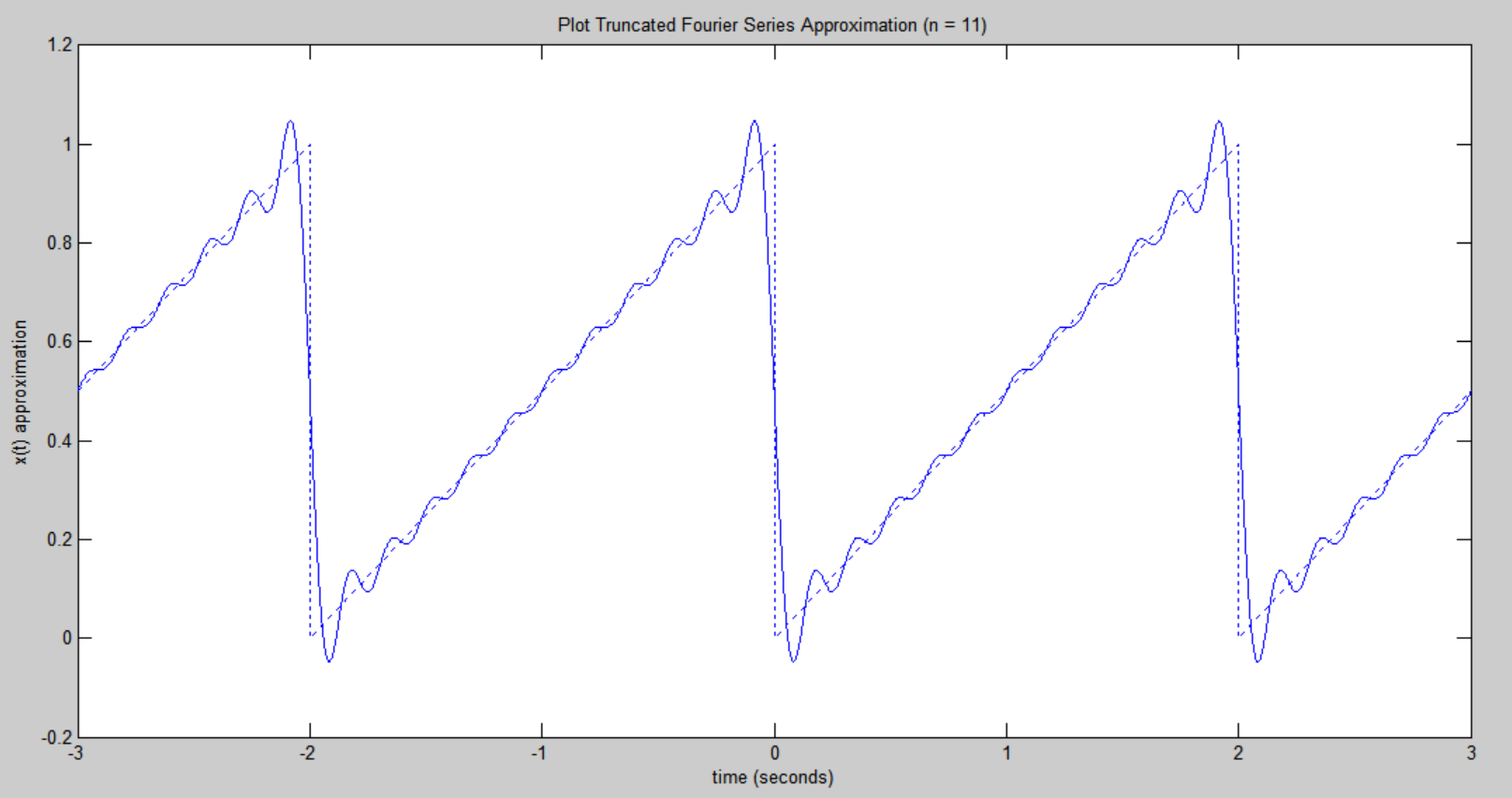
****

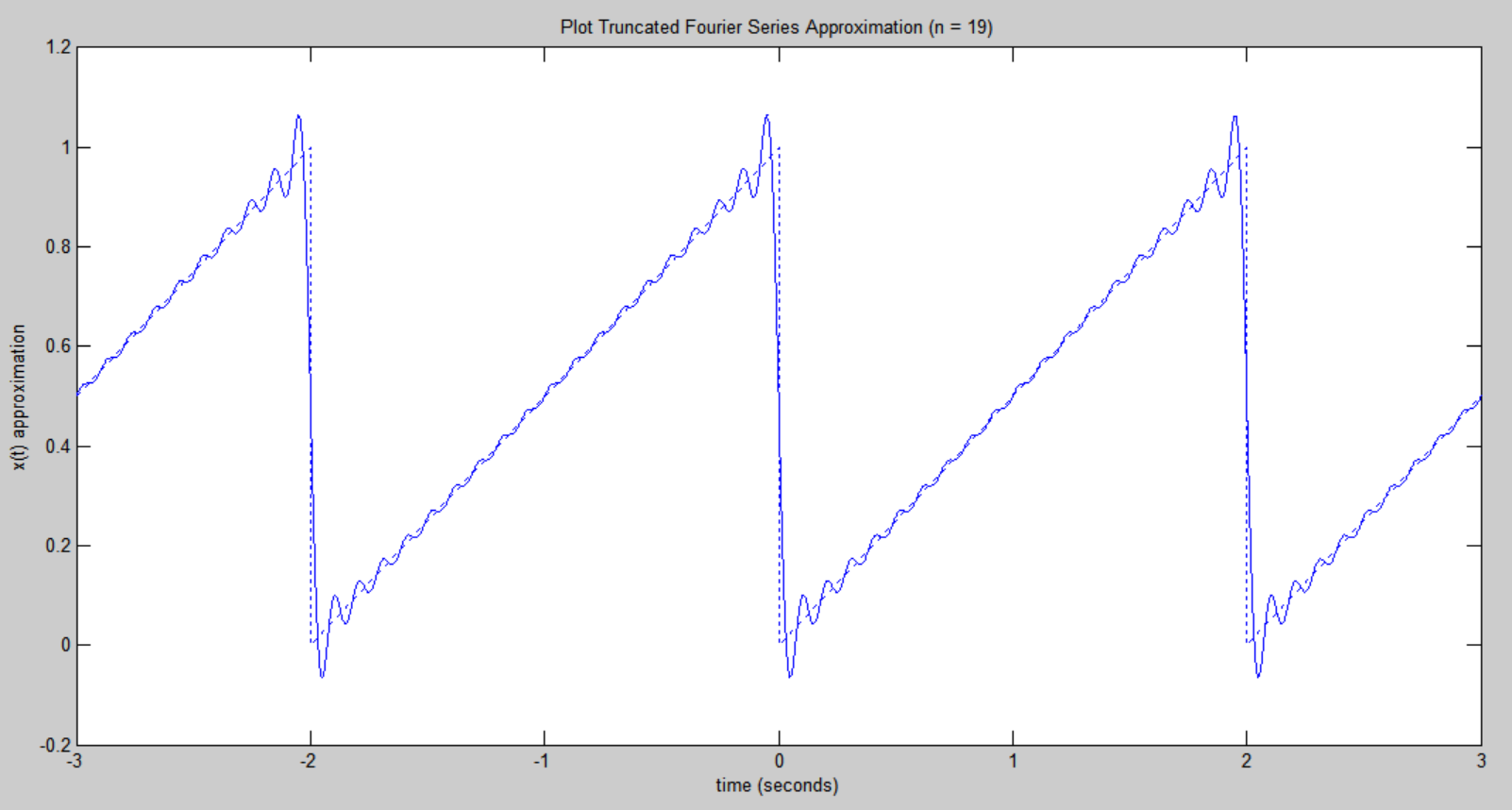
****

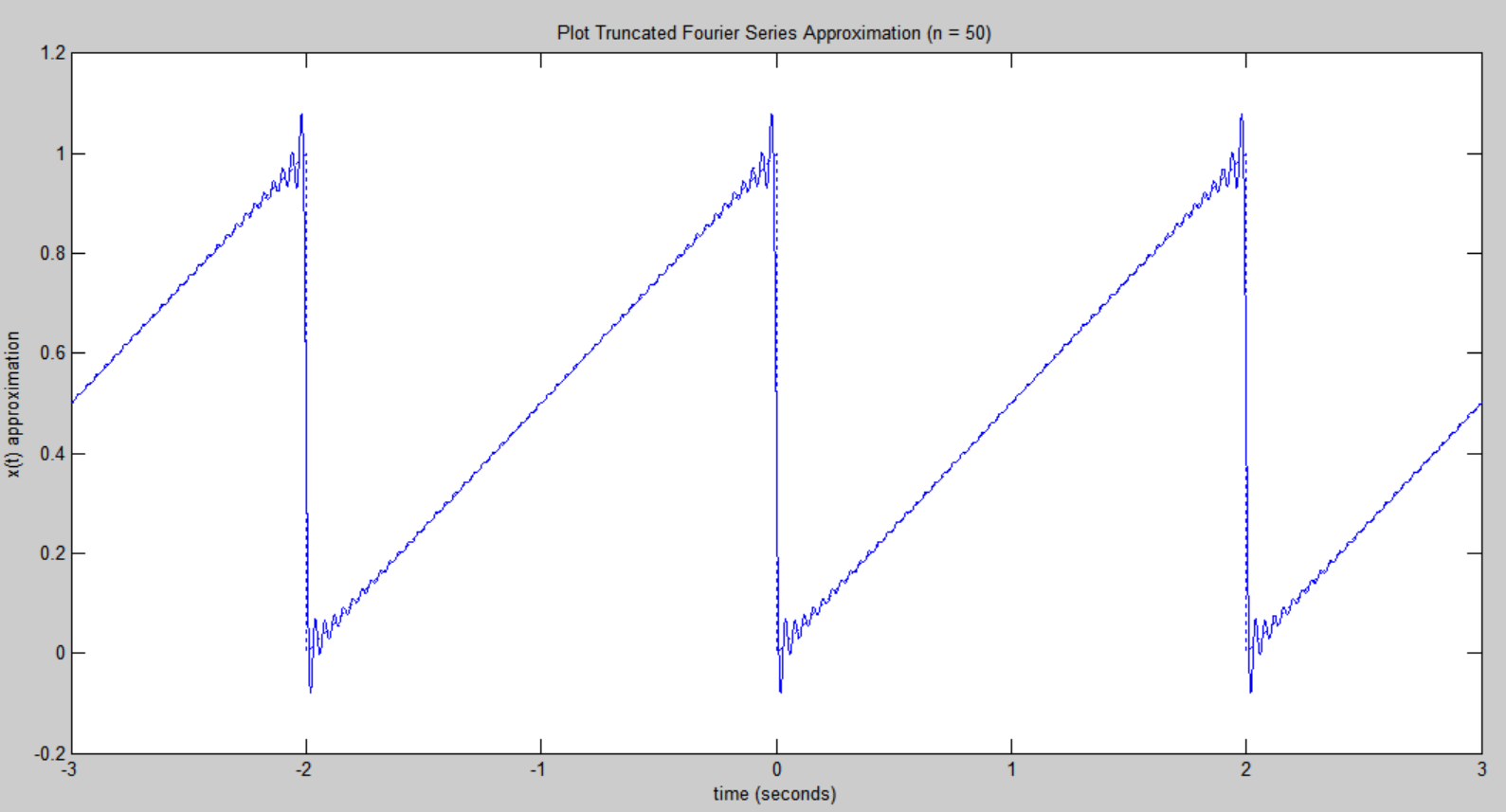
****

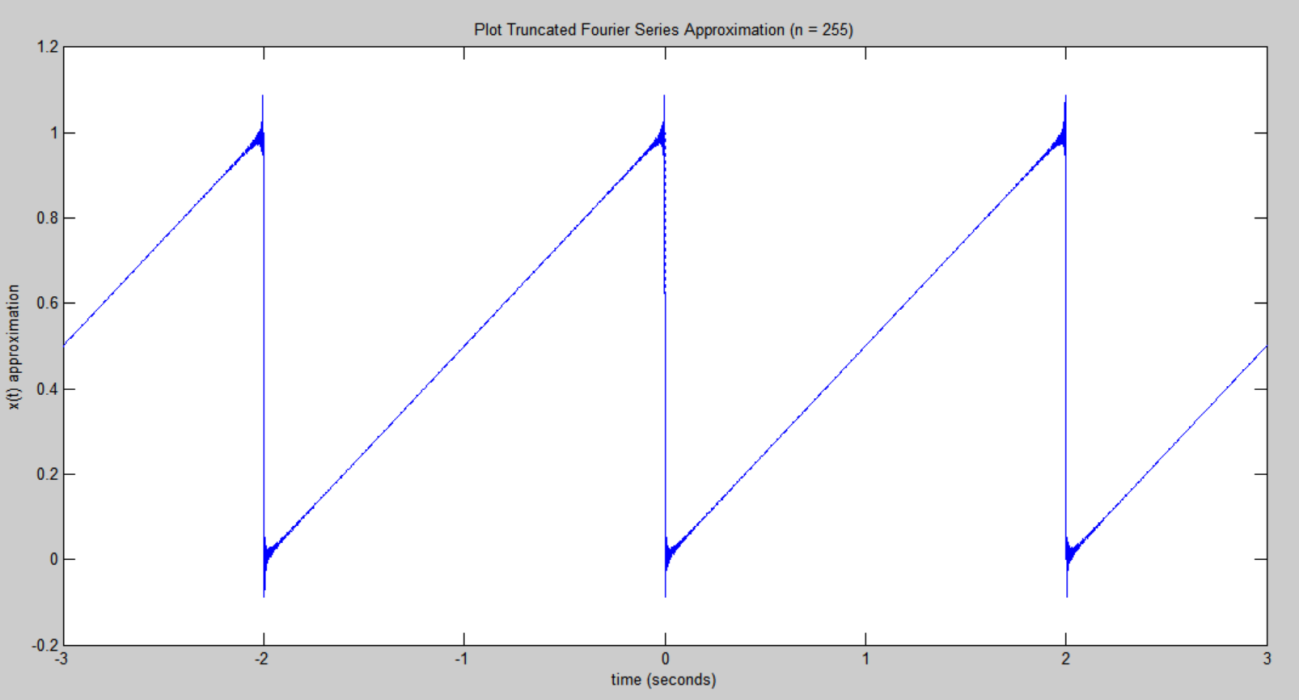
****

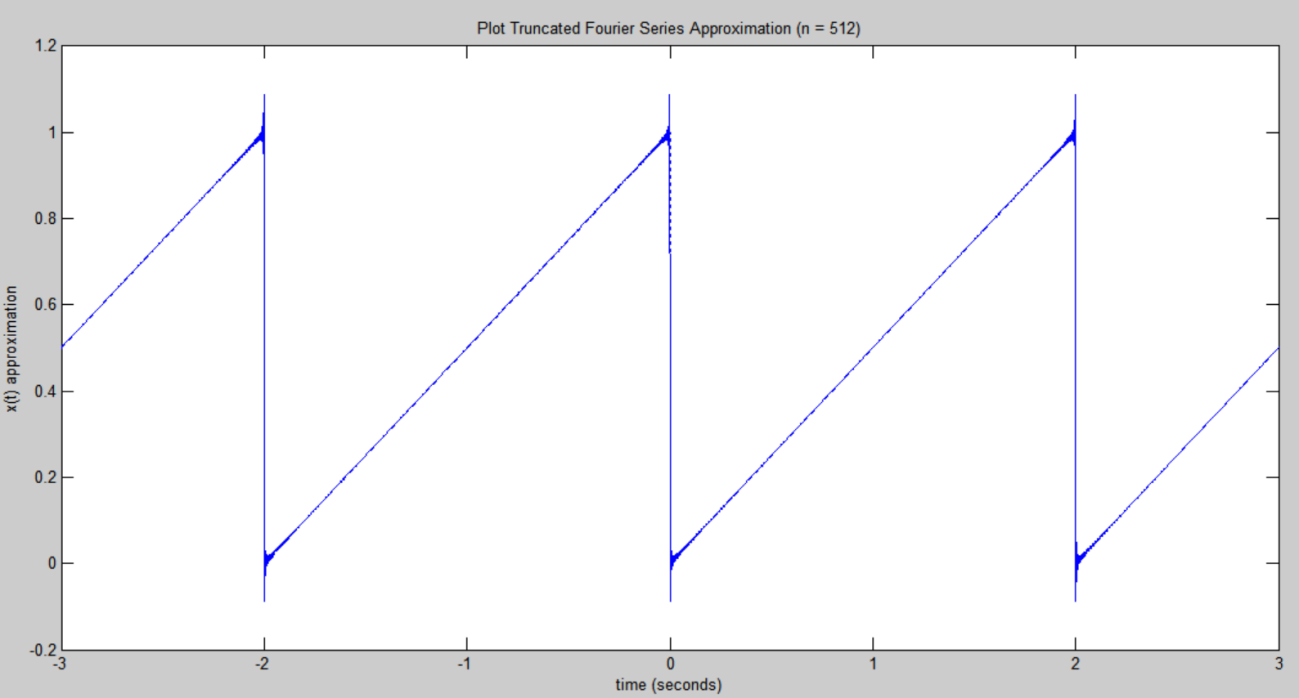
****

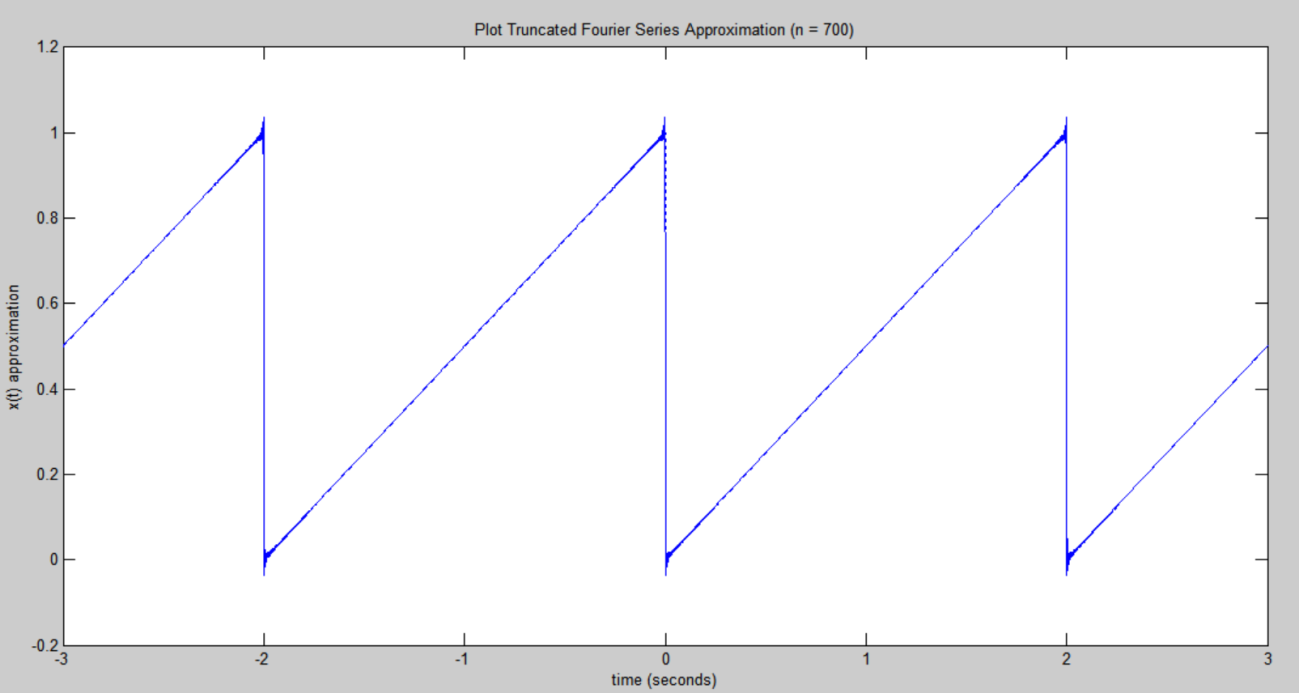
****

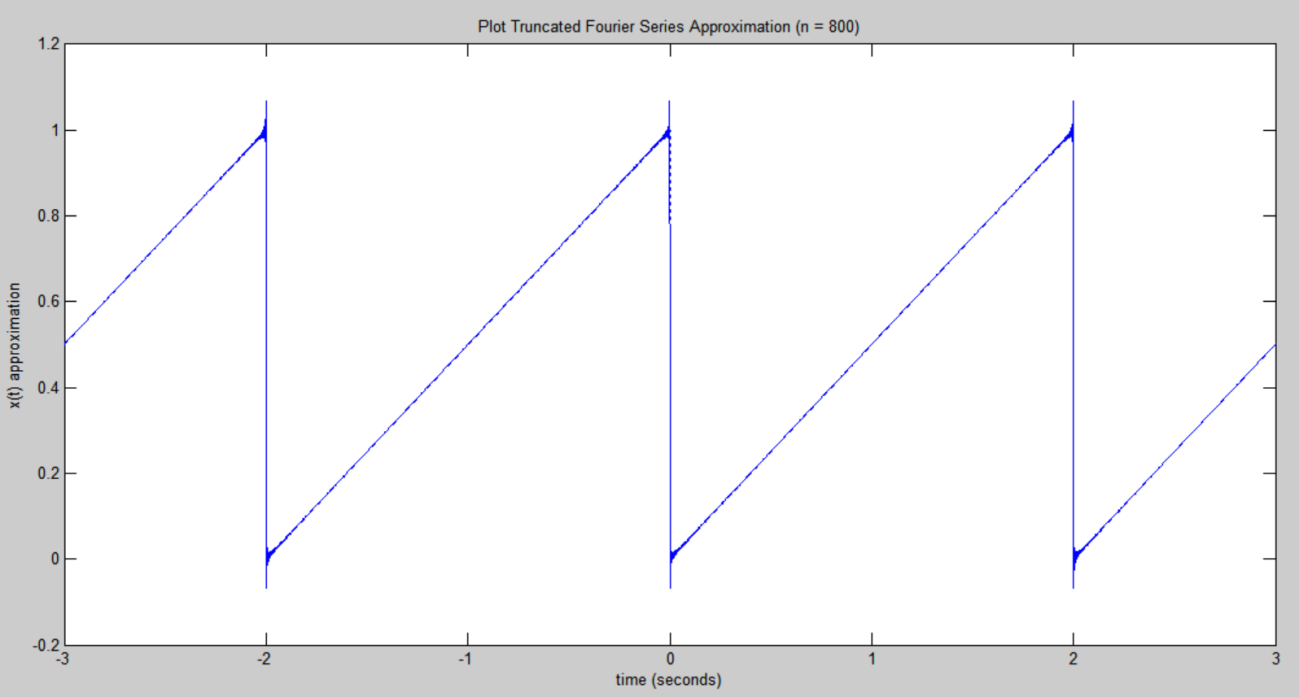
****

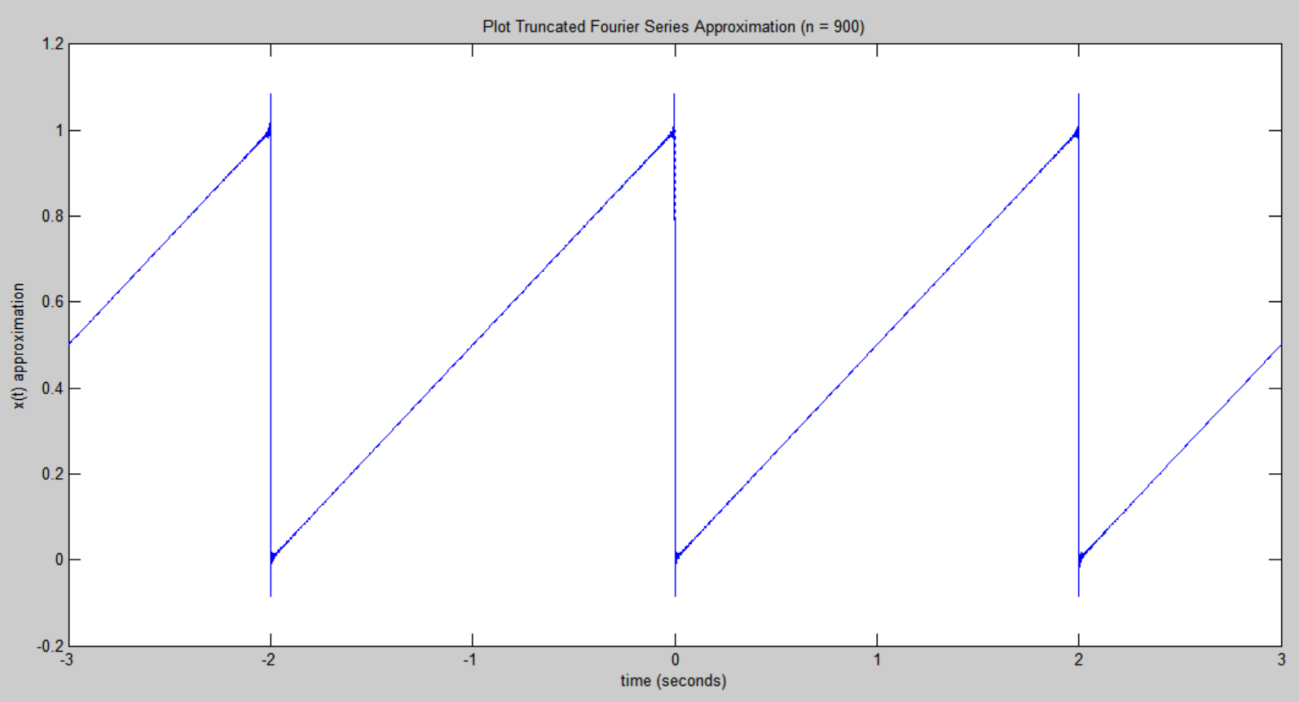
****

****

****

****

****

****